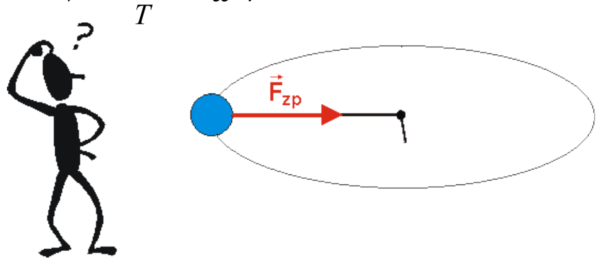
Zusammenfassung zur gleichförmigen Kreisbewegung

1. Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

2. Bahngeschwindigkeit

$$v = \frac{2\pi \cdot r}{T} = \omega \cdot r$$

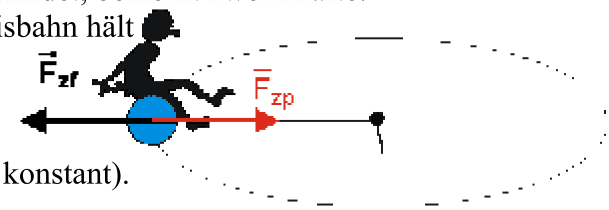


3. Was sieht der Beobachter im Laborsystem?

Der Beobachter von außen (Laborsystem) muss von einer zum Zentrum gerichteten Kraft ausgehen (sonst müsste der rotierende Gegenstand tangential weiterfliegen).
Diese Kraft, die den Gegenstand auf eine Kreisbahn zwingt, heißt *Zentripetalkraft*. Es handelt sich also um eine beschleunigte Bewegung, wobei sich nur die Richtung der Bahngeschwindigkeit ändert, aber nicht der Betrag.

4. Was sieht der Beobachter im rotierenden Bezugssystem?

Der Beobachter, der sich im rotierenden Bezugssystem befindet, bemerkt zwei Kräfte:
Die *Zentripetalkraft* (z.B. des Sitzes), die ihn auf der Kreisbahn hält und die *Zentrifugalkraft,* die ihn nach außen zieht.
Beide Kräfte bilden ein Gleichgewicht, d.h. der Beobachter wird nicht beschleunigt und bewegt sich mit gleich bleibender Geschwindigkeit (Richtung und Betrag konstant).
Fällt die Zentripetalkraft weg, so zieht die Zentrifugalkraft den Körper nach außen. Dabei ergibt sich von außen gesehen eine tangentiale Flugbahn.



Merke:

<table>
<tr><td colspan="2">Zur Beschreibung der gleichförmigen Kreisbewegung benötigt</td></tr>
<tr><td>der Beobachter im Laborsystem
nur die Zentripetalkraft</td><td>der Beobachter im rotierenden Bezugsystem
die Zentripetalkraft und die Zentrifugalkraft</td></tr>
<tr><td colspan="2">Für den Betrag beider Kräfte gilt:
(1) $F_Z = m \cdot \omega^2 \cdot r$ oder (2) $F_Z = m \cdot \frac{v^2}{r}$
Wieso steht in (1) der Radius r im Zähler, aber in (2) im Nenner?
(1) sagt, bei konstanter Winkelgeschwindigkeit ω nimmt F_Z proportional zum Radius r zu (wie bei einem Karussell). Die Bahngeschwindigkeit v nimmt dann auch proportional zu r zu.
(2) sagt, bei konstanter Bahngeschwindigkeit v nimmt F_Z mit zunehmendem Radius r ab (wie bei einer Kurvenfahrt mit dem Auto – je größer der Kurvenradius, desto kleiner F_Z).
Die Winkelgeschwindigkeit ω nimmt dann ebenfalls ab, wenn r größer wird.</td></tr>
</table>

5. Strategie beim Lösen von Aufgaben zur Kreisdynamik

- Überlege dir, welche Kräfte $\vec{F_1}, \vec{F_2}\ldots$ auf den rotierenden Körper wirken (meistens sind es zwei). Zum Beispiel: Gewichtskraft, Seilkraft, Reibung, ….
- Die vektorielle Summe (Pfeiladdition) dieser Kräfte ergibt die resultierende Kraft $\vec{F_{Res}}$:
$$\vec{F_R} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \ldots$$
- Diese resultierende Kraft ist gleich der Zentripetalkraft. Da meist nur der Betrag interessiert, ergibt sich eine Gleichung der Form
$$F_Z = F_{Res} \text{ bzw. } m \cdot \omega^2 \cdot r = F_{Res} \text{ oder } m \cdot \frac{v^2}{r} = F_{Res}$$
Diese Gleichung muss dann nach der gesuchten Größe aufgelöst werden.

Quelle der Abbildungen: www.leifiphysik.de (Klasse 11, Kreisbewegung)

Aufgaben zur Kreisbewegung

1

Ein Karussell trägt Holzpferde in den Abständen $r_1 = 2{,}0$ m, $r_2 = 3{,}0$ m und $r_3 = 4{,}0$ m von der Drehachse. Pferd und Reiter haben jeweils zusammen die Masse $m = 70$ kg. Die Drehfrequenz beträgt $f = 0{,}1$ Hz.

a) Welche Bahngeschwindigkeit v_1, v_2, v_3 haben die Pferde jeweils?

b) Wie groß ist jeweils die Zentripetalkraft F_Z?

c) Wie ändert sich die Zentripetalkraft, wenn die Drehfrequenz verdoppelt wird?

2

Eine Kugel der Masse $m = 0{,}10$ kg wird an einer Schnur der Länge $l = 0{,}50$ m mit der konstanten Bahngeschwindigkeit v=5,0 m/s auf eine horizontale Kreisbahn gebracht.

a) Wie groß sind die Zentripetalbeschleunigung und die Zentripetalkraft? (Die Gewichtskraft soll nicht berücksichtigt werden.)

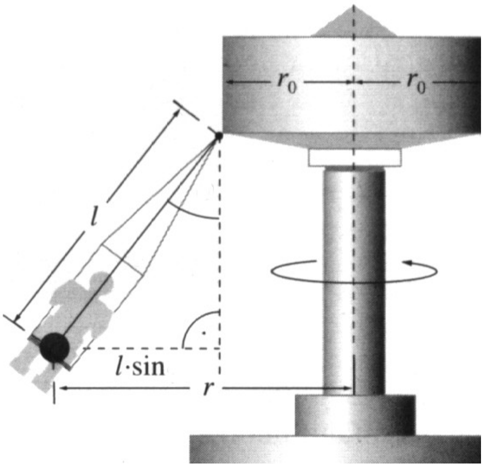
b) Bei welcher Bahngeschwindigkeit v_{max} reißt die Schnur, wenn sie $1{,}2 \cdot 10^2$ N aushält?

3

Ein Auto durchfährt eine ebene Kurve mit dem Radius $r = 40$ m. Die Haftreibungszahl ist $f_h = 0{,}60$. Wie schnell darf das Auto höchstens sein, so dass es nicht aus der Kurve rutscht?

1

Bei einem Kettenkarussell sei $r_0 = 5{,}0$ m, $l = 4{,}3$ m und $a = 45°$.
Berechne die Bahngeschwindigkeit v der Sessel während der Fahrt.

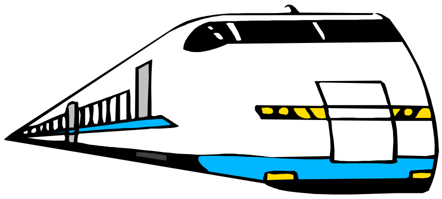


4

Ein Motorradfahrer durchfährt mit der Geschwindigkeit $v = 108$ km/h eine ebene Kurve mit dem Radius r = 50 m. Mit welchem Neigungswinkel (vom der Straße aus gemessen) legt er sich in die Kurve?

5

Ein ICE – Zug durchfährt mit der Geschwindigkeit von 216 kmh^{-1} eine Kurve mit dem Radius $r = 2500$ m. Wie stark muss die äußere Schiene überhöht sein, damit beide Schienen gleich belastet werden, sodass jegliche Kipp- und Schleudergefahr ausgeschlossen ist (Spurweite w=1435 mm)?



1

r in m	2,0	3,0	4,0
v in m/s	1,26	1,88	2,51
F_Z in N	55,3	82,9	110,5

a) T=10,0s

$$v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$$

$$F_Z = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

c) F=mw²r=m4pi²f²r also F ~f², d.h. doppelte Frequenz ergibt vierfache Kraft

2

a) $a=v^2/r = 50\ m/s^2$
$F=ma=5\ N$

b) $\frac{mv^2}{r} = 120N \Rightarrow v = \sqrt{\frac{120N \cdot r}{m}} = 24{,}5\,\frac{m}{s}$

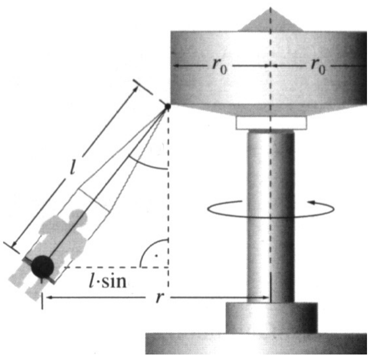
3

Die Zentripetalkraft wird durch die Haftreibung zwischen Autoreifen und Straße realisiert. Damit ein Auto eine Kurve schafft muss diese Haftkraft größer oder gleich der zur Kreisbewegung notwendigen Zentripetalkraft sein. Es muss also gelten: $F_{h,\max} \geq F_Z$

$$f_h \cdot m \cdot g \geq \frac{m \cdot v^2}{r} \qquad \text{bzw.} \qquad v \leq \sqrt{f_h \cdot g \cdot r} = 15{,}3\,\tfrac{m}{s} = 55{,}2\,\tfrac{km}{h}$$

Ein Auto kann eine Kurve also nur dann durchfahren, wenn seine Geschwindigkeit kleiner als $\sqrt{f_h \cdot g \cdot r}$ ist. Da die Haftreibungszahl f_h bei nasser Fahrbahn einen kleineren Wert besitzt als bei trockener Fahrbahn, sollte man bei Regen langsamer fahren als bei Sonnenschein.
Wenn Rennfahrer Kurven schneiden, durchfahren sie die Kurve mit einem größeren Radius und können daher schneller fahren.

4



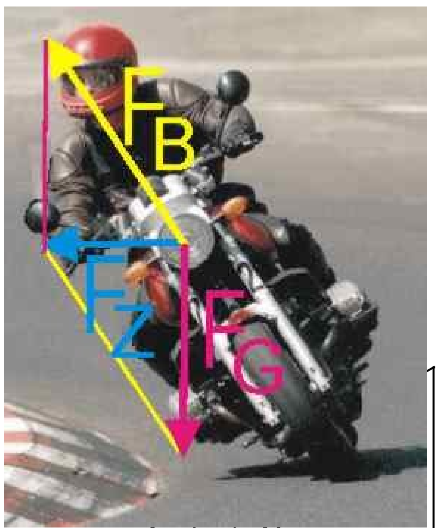
Bestimmung des Radius r: $r = r_0 + l \sin 45° = 8{,}0m$

$$F_Z = F_G + F_{Kette\ auf\ Sitz}$$

m $\qquad \tan\alpha = \frac{F_Z}{F_G} = \frac{m \cdot v^2}{r \cdot mg} = \frac{v^2}{rg} \Rightarrow v = \sqrt{rg \tan\alpha} = 8{,}9\ m/s$

Der Winkel α hängt also nicht von der Masse des Fahrgastes ab.

5

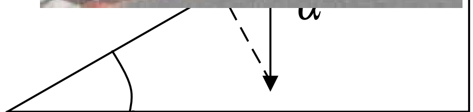


Auf das Motorrad wirken die Gewichtskraft F_G und die Normalkraft des Boden F_B. Die Summe der Pfeile (Kräfteparallelogramm) ist die Zentripetalkraft F_Z. Betrachtet man das obere Dreieck, so gilt für den Neigungswinkel α des Motorrads:

$$\tan\alpha = \frac{F_G}{F_Z} = \frac{mrg}{\frac{mv^2}{r}} = \frac{rg}{v^2}$$

$$\Rightarrow \alpha = \arctan\frac{rg}{v^2} = \arctan\frac{50m \cdot 10\,\frac{m}{s^2}}{(30\,\frac{m}{s})^2} = 29{,}1°$$

6



$$\tan\alpha = \frac{F_Z}{F_G} = \frac{m\cdot\frac{v^2}{r}}{m\cdot g} = \frac{v^2}{r\cdot g} = \frac{\left(60\ ms^{-1}\right)^2}{2500\ m\cdot 10\ ms^{-2}} = 0{,}144$$

α

also : $\alpha = 8{,}2\,^\circ$

$\vec{F}_Z$

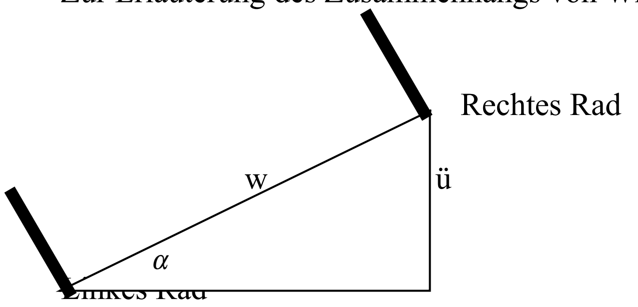
Für die Überhöhung ü der äußeren gegenüber der inneren Schiene gilt dann:

$\sin\alpha = \frac{ü}{w}$ bzw. $ü = w\cdot\sin\alpha = 1435\ mm\cdot\sin 8.2° = 205\ mm$

$\vec{F}_G$

α

Zur Erläuterung des Zusammenhangs von Winkel α, Spurweite w und Überhöhung ü:



$$\sin\alpha = \frac{ü}{w}$$